

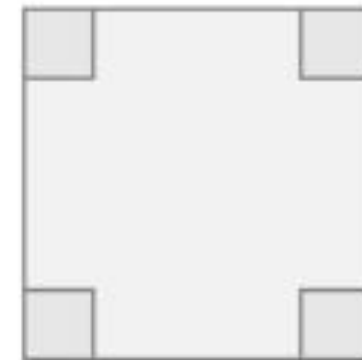
Oral 2: Problème avec prise d'initiative

Jf Culus, le 8 juin 2016

L'exercice

L'exercice

ABCD est un carré de côté 10 cm. On enlève un même carré à chaque coin de ABCD pour obtenir le patron d'une boîte. Comment obtenir une boîte dont le volume sera maximal? Expliquez votre démarche même si elle n'aboutit pas.



- Soit x la longueur du côté du carré enlevé.

Les dimensions des côtés extérieurs de la croix sont donc égales à $10-2x$

Le volume de la boîte obtenue en repliant les 4 côtés est alors égale à

$$V(x) = x(10-2x)^2 = x(100-40x+4x^2).$$

La fonction étant dérivable nous obtenons $V'(x) = 100 - 80x + 12x^2 = 4(25 - 20x + 3x^2)$.

$\Delta = 20^2 - 4 \times 25 \times 3 = 100 = 10^2$ d'où les solutions sont 5 et $5/3$.

Aussi, $V'(x) = 12(x-5)(x-5/3)$.

V a un maximum local en $5/3$

Le volume maximal est donc de $V(5/3) = 2000/27 \text{ cm}^3$.

X	0	5/3	5	10		
V'		+	0	-	0	+
V						

Elève 1

Il faut trouver une longueur, une largeur et une hauteur puis les multiplier.

Avec une longueur de 6 cm et une largeur de 6 cm, on a une hauteur de 2 cm et le volume est égal à 72 cm^3 .

Avec une longueur de 4 cm et une largeur de 4 cm, on a une hauteur de 3 cm et le volume est égal à 48 cm^3 .

En essayant d'autres valeurs, on trouve un volume maximal de 72 cm^3 .

- Méthode par essai / erreur ou tâtonnement
- Bonne compréhension du problème initial
- Formules justes / raisonnement cohérent (modélisation implicite)
- Bonne capacité à communiquer son raisonnement
- Ne recherche que des solutions entières: n'introduit pas la variable x ni la notion de fonction.

Elève 2

Je procède par tâtonnements :

$2 \times 6 \times 6 = 72$; $1,5 \times 7 \times 7 = 73,5$; $1,75 \times 6,5 \times 6,5 = 73,9375$; $1,7 \times 6,6 \times 6,6 = 74,052$.

Mais on ne connaît pas le maximum, on pourra toujours trouver plus. Il faudrait tracer une courbe sur la calculatrice. La formule est $(10 - 2x) \times (10 - 2x) \times x$.

D'après la courbe de cette fonction, le maximum est 74,0740741 pour $x = 1,66666666$.

- Bonne communication et analyse des limites de sa production.
- Bonne compréhension du problème: introduit la notion de fonction (ne dit pas ce que modélise x ni comment il obtient sa fonction)
- Devant la formule de sa fonction, utilise sa calculatrice pour conjecturer le maximum (valeur du maximum et valeur de x réalisant ce maximum).
- Bonne démarche mais ne parvient pas à réutiliser les éléments du cours (étude de fonctions / dérivation) dans cette situation.

Elève 3

Je procède par raisonnement. Le volume maximal doit correspondre à une forme particulière. Comme la boîte est un pavé, la seule forme particulière est un cube. Il faut donc retirer exactement $\frac{10}{3}$ cm, pour un volume de $\frac{1000}{27} \approx 37,04 \text{ cm}^3$

- Argument « mystique »: « doit correspondre à une forme particulière ».
- Mauvaise induction: aire maximale / périmètre minimal -> disque, ... plusieurs solutions optimales font apparaître une forme particulière => toutes les solutions optimales sont des formes particulières
- Pas de retour réflexif (n'essaie pas d'autres valeurs pour tester / valider son résultat).

Vocabulaire

- Variable vs. Inconnue.

$$F(x)=x^2+10x+5 \quad \text{et} \quad x^2+10x+5=0.$$

- Induction vs. Déduction

Induction: Tentative de généralisation: création de lois générales à partir d'observations particulières.

Déduction: Du général au particulier

En maths: raisonnement déductif à partir d'axiomes : démonstration.

Prise d'initiative

Les activités proposées en classe et hors du temps scolaire prennent appui sur la résolution de problèmes purement mathématiques ou issus d'autres disciplines. De nature diverse, elles doivent entraîner les élèves à :

- chercher, expérimenter, modéliser, en particulier à l'aide d'outils logiciels ;
- choisir et appliquer des techniques de calcul ;
- mettre en œuvre des algorithmes ;
- raisonner, démontrer, trouver des résultats partiels et les mettre en perspective ;
- expliquer oralement une démarche, communiquer un résultat par oral ou par écrit.

- Résolution de problème.
- Prise d'initiative / faire preuve d'autonomie.
- Réinvestissement des connaissances dans un cadre non spécifié.